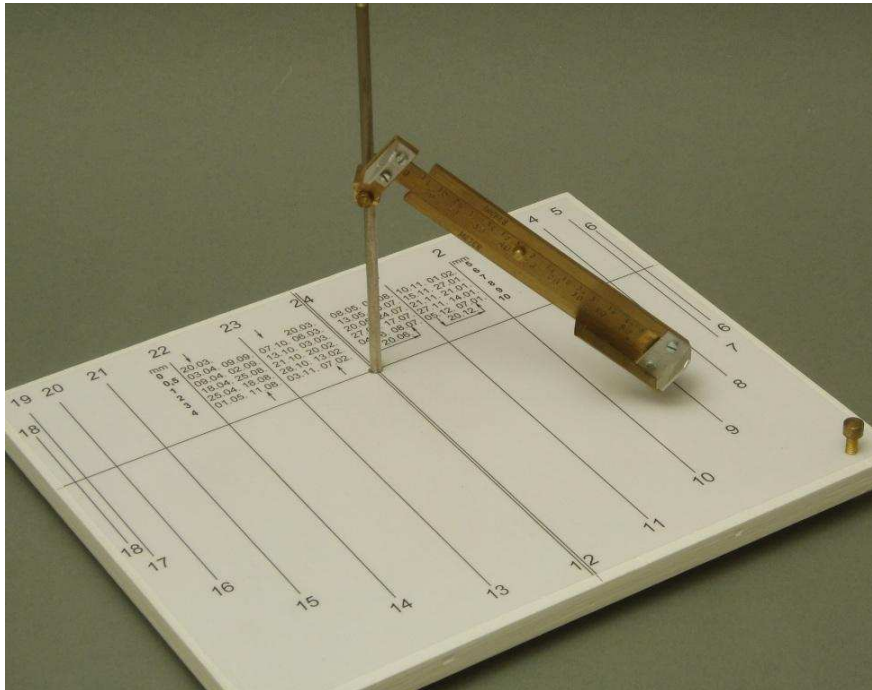


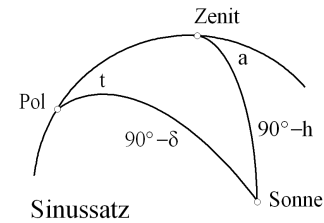
16. Breitenunabhängige Uhr von Freeman



Die Uhr muss **nicht** auf die geographische Breite des Standorts eingestellt werden. Sie zeigt die wahre Ortszeit an.

Im nautischen Dreieck gilt nach den Sinussatz

$$\sin t \cdot \cos \delta = \sin a \cdot \cos h$$



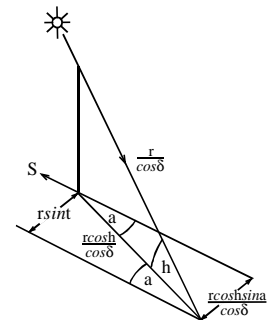
Sinussatz

$$\frac{\sin t}{\sin(90^\circ - h)} = \frac{\sin a}{\sin(90^\circ - \delta)}$$

Da in dieser Beziehung die geographische Breite nicht vorkommt, lässt sich ohne deren Kenntnis aus der Deklination δ , dem Azimut a und der Höhe h der Sonne der Stundenwinkel t bestimmen.

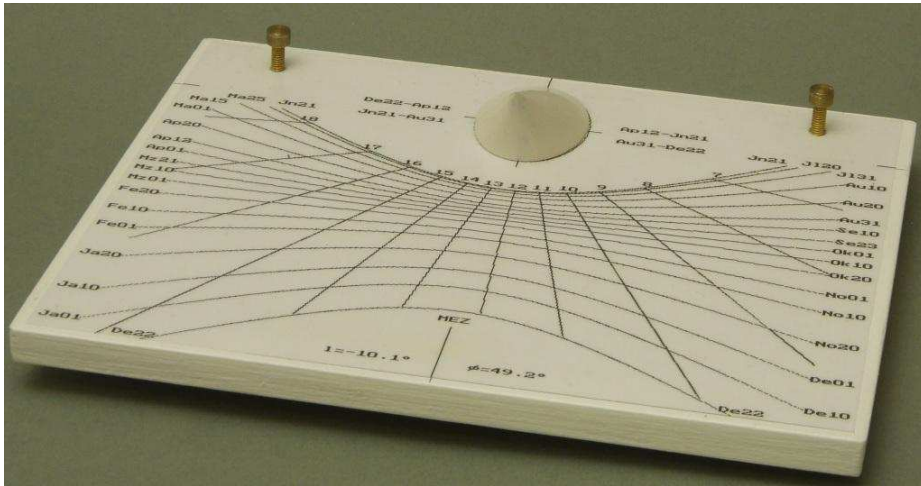
Mit Hilfe der Tabelle ist die Alhidade entsprechend dem Datum auf die Länge $11\text{cm}/\cos\delta$ zu stellen. Am Nonius wird nur der 11cm übersteigende Betrag eingestellt. Dann wird die Alhidade mit dem Öhr am vorderen Ende auf die Sonne gerichtet, sodass das Sonnenbild genau auf das Zielkreuz fällt. Dabei muss der Ableserzeiger am hinteren Ende der Alhidade auf dem Zifferblatt aufliegen.

Dann beträgt die senkrechte Projektion der Alhidade in die Zifferblattebene $\cos h / \cos \delta$ und die Komponente in Ost-West-Richtung ist $\sin a \cdot \cos h / \cos \delta$. Da die Stundenlinien zum Stundenwinkel t den Abstand $\sin t$ von der Mittagslinie haben, zeigt der Ableserzeiger zwischen den Stundenlinien die wahre Ortszeit an.



Da die Uhr breitenunabhängig ist, braucht sie nur in Ost-West-Richtung horizontal ausgerichtet werden, während eine Neigung in Nord-Süd-Richtung auf die Ablesung keinen Einfluss hat.

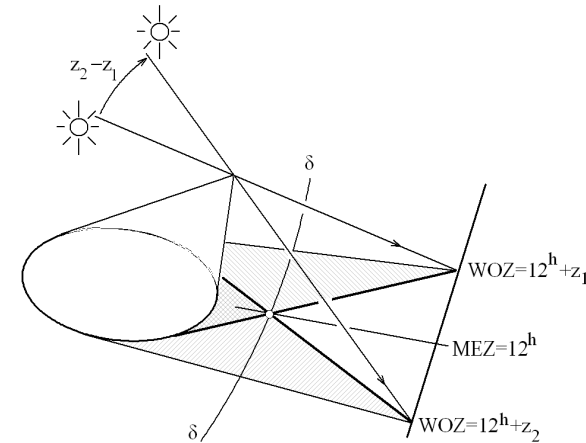
17. MEZ-Uhr von Hollander



Im August 2006 erhielt der Niederländer Hendrik Hollander den Sonnenuhrenpreis der Nordamerikanischen Sonnenuhrsgesellschaft für seine Neuentwicklung einer Sonnenuhr, die die gesetzliche Uhrzeit anzeigt.

Die Uhr ist für die geographische Länge $\lambda = -10,1^\circ$ und die Breite $\varphi = 49,2^\circ$ geographische gebaut. Sie zeigt dort die Mitteleuropäische Zeit **MEZ** an.

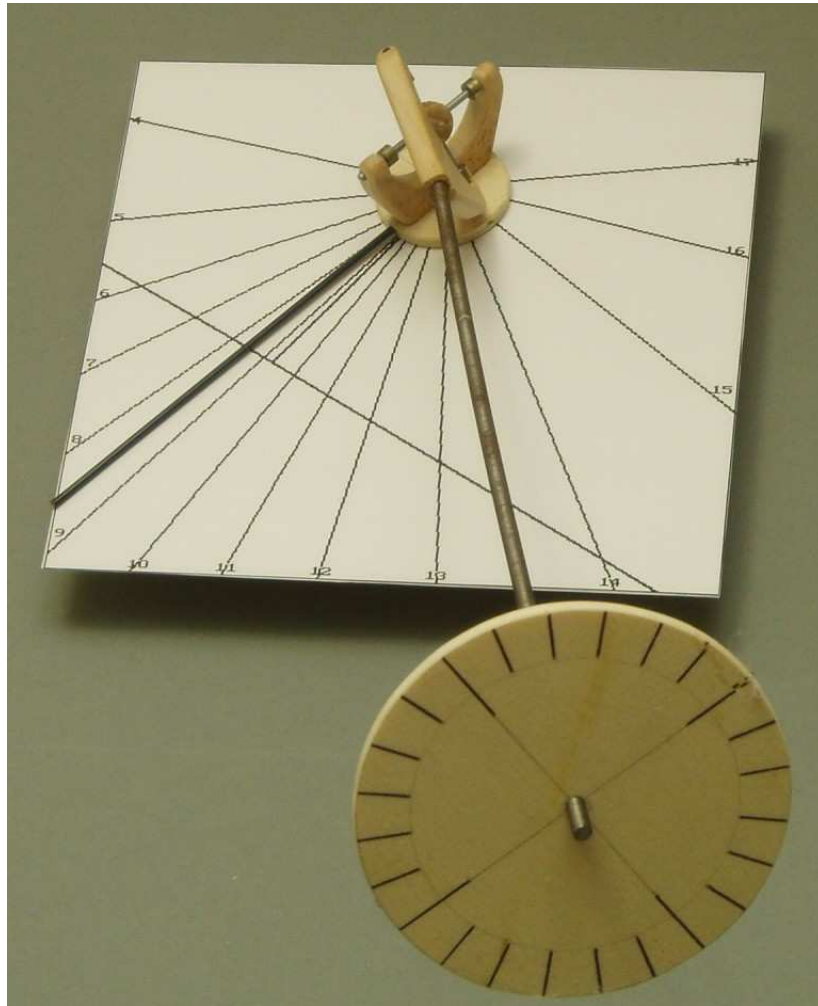
Im allgemeinen gehören zu einer Sonnendeklination δ zwei verschiedene Werte z_1 und z_2 der Zeitgleichung. Soll MEZ eindeutig angezeigt werden, sind deshalb zwei verschiedene Zifferblätter (Rafael Soler: Lluc) oder zwei verschiedene Zeiger (Bernhardt) nötig. Um dies zu vermeiden verwendet Hollander einen kegelförmigen Zeiger. Ist die Zeitgleichung am Beobachtungstag größer als die Zeitgleichung am Partnertag mit gleicher Deklination δ , so wird die MEZ dort abgelesen, wo die nachlaufende Schattenkante die betreffende Deklinatlion zwischen den Stundenlinien schneidet. Ist die Zeitgleichung am Beobachtungstag kleiner als am Partnertag, so wird an der vorseilenden Kante des Kegelschattens abgelesen.



Richtet man die Achse des Kegels parallel zur Erdachse aus, so ergeben sich Zifferblätter, die einer normalen Polstabuhr sehr ähnlich sehen. Die Stundenlinien sind fast gerade, nicht aber die Äquinoktiallinie.

In der Nähe des Sommer-solstitiums ist die Abfolge der Deklinatlionlinien nicht mehr monoton. Die 23° -Linie ist am weitesten von der Äquinoktiallinie entfernt und die $23,5^\circ$ -Linie fällt wieder mit der $21,5^\circ$ -Linie zusammen.

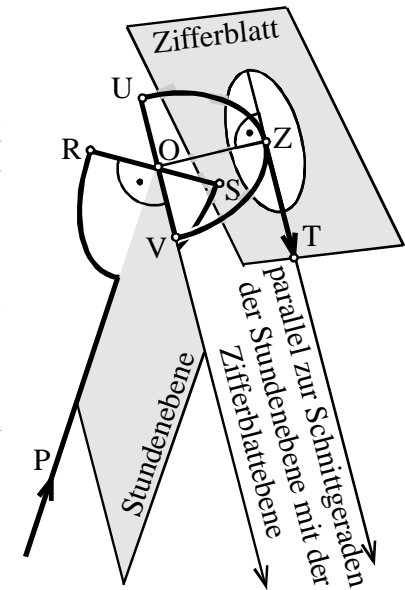
18. Das Hooke'sche Instrument



Robert Hooke erkannte 1676, wie ein Kardangelenk zum Zeichnen einer beliebig orientierten Sonnenuhr verwendet werden kann.

Die Treibachse PO des von Geronimo Cardano 1501-1576 erfundenen Kardangelenks wird zum Himmelspol gerichtet.

Die Zeigerachse OZ wird senkrecht zum Zifferblatt ausgerichtet.



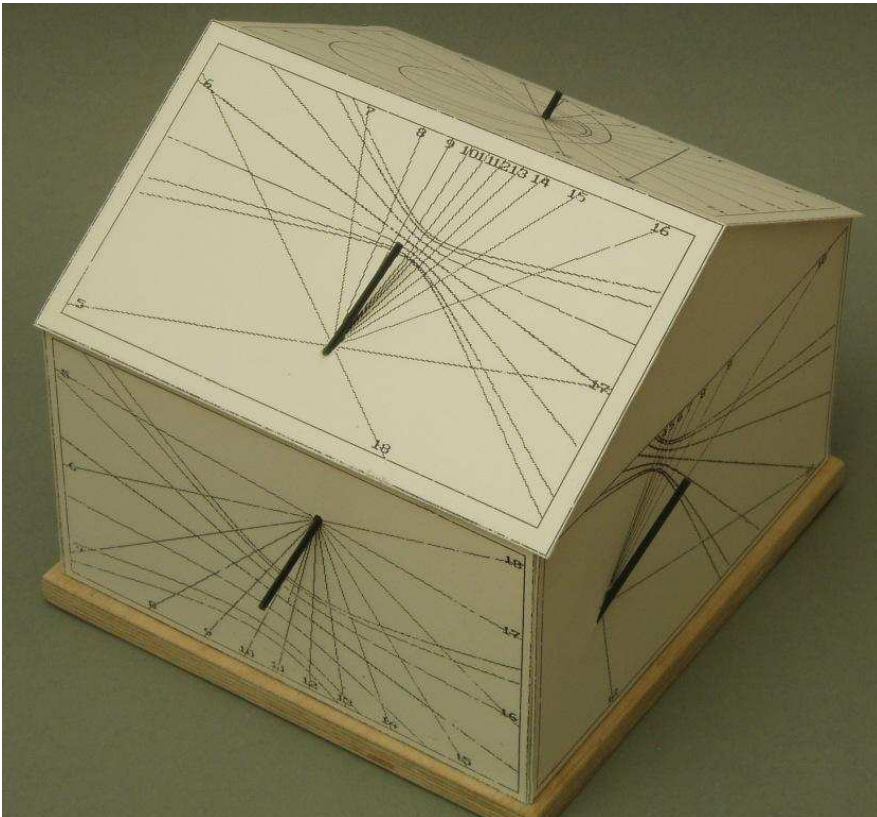
Die Äquatorscheibe ist auf den Stundenwinkel $t=0$ zu stellen, wenn der zum Zifferblatt parallele Arm UOV des Kardangelenks in der Meridianebene liegt. Der andere zur Äquatorebene parallele Arm ROS des Kardangelenks verläuft dann waagrecht. Steht dieser Arm ROS dagegen senkrecht, so weist der Zeiger ZT auf dem Zifferblatt auf 6 oder 18 Uhr.

Geometrischer Beweis:

Eine beliebige Stundenebene werde durch die Treibachse PO und den Arm UOV des Kardangelenks aufgespannt. Da dieser Arm UOV parallel zum Zeiger ZT in der Zifferblattebene ist, verläuft UOV parallel zur Schnittgeraden dieser beiden Ebenen, welche die Stundengerade zur gegebenen Stundenebene ist. Damit gibt der Zeiger ZT zu jedem Stundenwinkel den zugehörigen Stundenlinienwinkel an.

Ist der Arm UOV parallel zur Treibachse PO , so funktioniert das Instrument nicht. Wir haben dann eine Polaruhr, deren Stundenlinien zueinander parallel sind und nicht in einem gemeinsamen Punkt Z zusammen laufen.

19. Sonnenuhrenhaus



Geographische Länge $\lambda = -10^\circ$, Geographische Breite $\varphi = 50^\circ$

	Deklination d	Inklination i
Südwand	-20°	0°
Westwand	70°	0°
Südliche Dachfläche	-20°	55°
Nordwand	160°	0°
Ostwand	-110°	0°
Nördliche Dachfläche	160°	55°

Charakteristische Winkel:

Winkel ψ zwischen Zeiger und Substilare

Winkel σ zwischen Falllinie nach oben und Substilare

Stundenwinkel τ , für den der Schatten auf die Substilare fällt

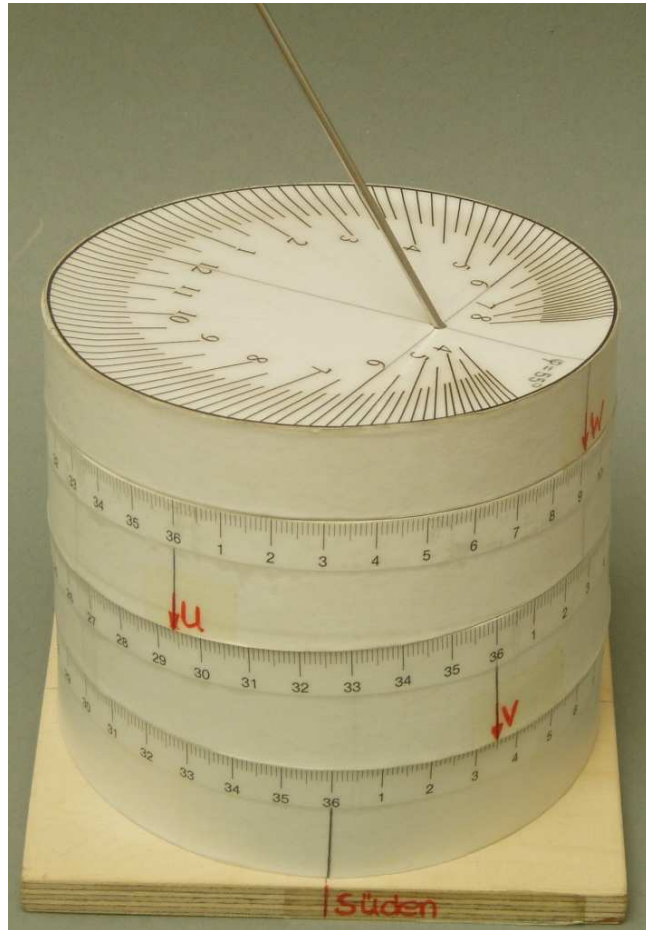
	ψ	σ	τ
Südwand	-37°	164°	-25°
Westwand	-13°	-142°	74°
Südliche Dachfläche	16°	-13°	-12°
Nordwand	37°	16°	155°
Ostwand	13°	-38°	-106°
Nördliche Dachfläche	77°	104°	60°

Gezeichnet sind die Stundenlinien für die wahre mitteleuropäische Zonenzeit von Görlitz für volle Stunden während der Besonnungszeit des jeweiligen Zifferblatts.

Ebenfalls eingezeichnet sind die Tierkreiscurven für die Sonnendeklinationen $\delta = 0^\circ$, $\pm 11,5^\circ$, $\pm 20,2^\circ$ und $\pm 23,4^\circ$.

Für alle Zifferblätter außer der nördlichen Dachfläche gilt für alle Sonnendeklinationen δ : $|\psi| < 90^\circ - \delta$. Daher sind diese Deklinationskurven Hyperbeln. Nur bei der nördlichen Dachfläche mit $\psi = 77^\circ$ ist $|\psi| > 90^\circ - \delta$ für $\delta > 13^\circ$. Daher sind die beiden Deklinationskurven für $\delta = 20,2^\circ$ und $\delta = 23,4^\circ$ Ellipsen. Für $\delta = 11,5^\circ$ ist $|\psi| \approx 90^\circ - \delta$. Daher ist diese Deklinationskurve näherungsweise parabelförmig. Für $\delta = 0^\circ$ ergibt sich die Äquinoktialgerade.

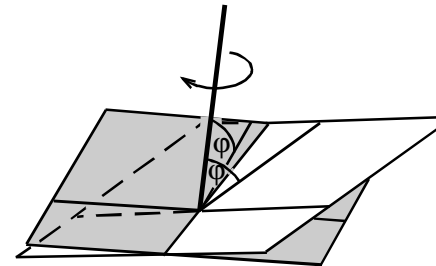
20. Wankscheiben



Mit Hilfe von Wankscheiben kann eine Sonnenuhr an die geographische Länge und Breite angepasst werden.

Die Uhr zeigt in der geogr. Breite $\varphi=55^\circ$ die wahre Ortszeit an, also z.B. auf dem Zeitonenmeridian $\lambda=-15^\circ$ von Görlitz die wahre mitteleuropäische **Zonenzeit**.

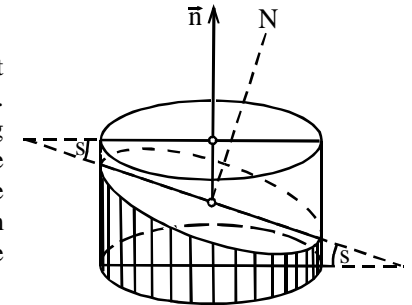
Soll die Uhr in Würzburg mit $\varphi'=50^\circ$ und $\lambda'=-10^\circ$ ebenfalls die wahre **Zonenzeit** von Görlitz anzeigen, so ist die Uhr nach der Versetzungsregel parallel zu sich selbst vom Herstellungsort ($-15^\circ|55^\circ$) auf Bornholm nach Würzburg zu verschieben.



Die Anpassung an die geographische Breite bedeutet, die Uhr um ihre Ost-West-Achse um den Winkel $\Delta\varphi=\varphi-\varphi'$ zu kippen. Dann weist der Schattenzeiger wieder zum Himmelspol.

Die Anpassung an die geographische Länge bedeutet eine Drehung der Uhr um ihre gekippte Zeigerachse um den Winkel $\Delta\lambda$, wobei die zuvor horizontale Aufstandsfläche eine Taumelbewegung ausführt und daher durch einen passenden Justierkeil unterstützt werden muss.

Es ist möglich, universelle Justierkeile mit variablem Steigungswinkel herzustellen. Man verwendet zwei serienmäßig vorgefertigte, einheitliche Keile, die gegeneinander verdreht werden. So kann jede Neigung der Falllinie zwischen 0° und dem doppelten Steigungswinkel $2s$ der Einzelkeile eingestellt werden.

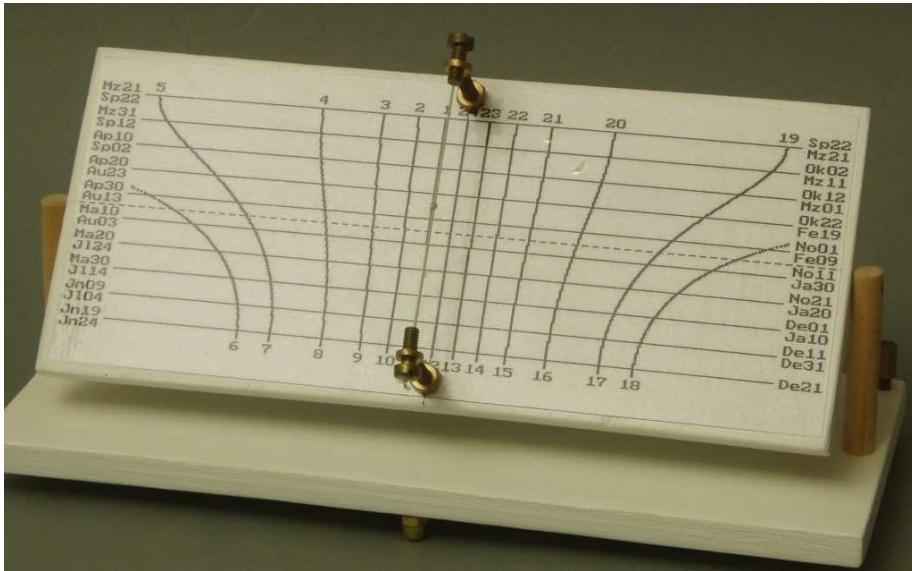


Damit der Keil die richtige Steigung hat, ist die obere Wankscheibe um $u=108^\circ$ gegen die untere zu verdrehen.

Damit die Falllinie des Keils das richtige Azimut hat, ist die untere Wankscheibe um den Winkel $v=276^\circ$ zu drehen.

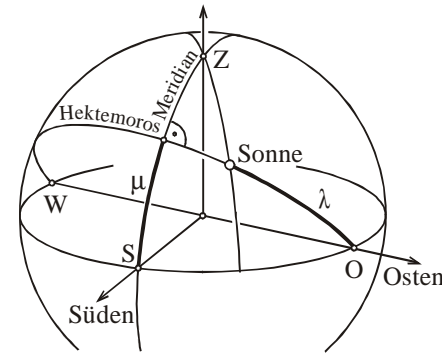
Damit der Schattenzeiger wieder in der Meridianebene liegt, jetzt aber um 5° flacher nach Norden ansteigt, ist die Substilare um den Winkel $w=339^\circ$ zu drehen.

21. Eine breitenunabhängige Hektemoros-Uhr



Die Uhr muss **nicht** auf die geographische Breite des Standorts eingestellt werden. Sie zeigt die **wahre Ortszeit** an.

Die Uhr wird nach Süden ausgerichtet und das Zifferblatt so lange um die Ost-West-Achse gedreht, bis der Schatten des Knotens im Zeigerfaden auf die gestrichelte Mittellinie fällt. Die WOZ wird dort abgelesen, wo der Schatten des Zeigerfadens die betreffende Deklinationslinie zwischen den Stundenlinien schneidet.



Ptolemäische Koordinaten

Um die Position eines Punktes auf der Himmelskugel eindeutig festzulegen, verwendeten die Alten auch andere als die heute üblichen Koordinatensysteme, z.B. das Ptolemäische Koordinatensystem $(\lambda|\mu)$. Sie legten durch die Sonne und die Ost-West-Richtung einen Großkreis, den sogenannten Hektemoros-Kreis. Er wurde als der aus seiner Lage herausgedrehte Horizont betrachtet.

Alle Orte auf dem gleichen Meridian haben die gleiche Ostrichtung. Daher hängt der auf dem Hektemoros-Kreis gemessene Winkel (Hektemoros-Winkel λ) zwischen Ost-Richtung und Sonne nicht von der Breite des Orts ab, sondern nur vom Datum (Sonnendeklination δ) und der Tageszeit (Stundenwinkel t der Sonne).

Für den Hektemoros-Winkel λ gilt $\cos \lambda = -\sin t \cdot \cos \delta$

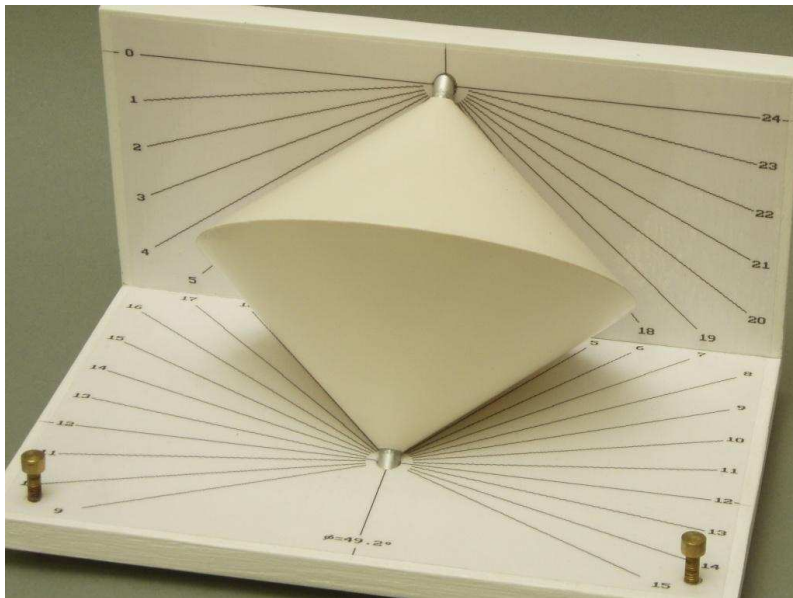
Die Datumslinien bilden eine beliebige Kurvenschar, der Einfachheit halber eine Parallelschar. Die zum Stundenwinkel t gehörende Stundenlinie zeichnet man folgendermaßen: Zu gegebenem δ berechnet man λ und daraus mit die Zeigerhöhe Z die Schattenlänge

$$L = \frac{Z}{\tan \lambda}.$$

Mit anderen Werten von δ erhält man weitere Längen von Schatten, auf der zugehörigen Datumslinie.

Da die Uhr **breitenunabhängig** ist, braucht sie nur in Ost-West-Richtung horizontal ausgerichtet werden, während eine Neigung in Nord-Süd-Richtung auf die Ablesung keinen Einfluss hat.

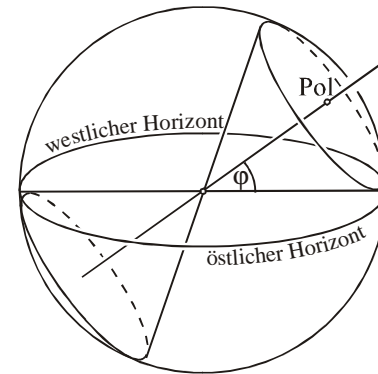
22. Sonnenuhr mit konischem Zeiger



Die Uhr zeigt für $49,2^\circ$ geogr. Breite die **babylonischen** und die **italischen Stunden**.

Temporalstunden sind Tages- bzw. Nachtzwölftel. Diese Stunden sind im Laufe eines Tages oder einer Nacht untereinander gleich, jedoch ändert sich die Länge einer bestimmten Stunde im Laufe des Jahres. Die babylonische Stunde gibt die Anzahl der seit Sonnenaufgang, die italische Stunde die seit Sonnenuntergang vergangenen gleichlangen Temporalstunden an.

Auf dem horizontalen Zifferblatt werden die babylonischen Stunden auf der Ost-Seite abgelesen, die italischen auf der West-Seite. Beim geneigten Zifferblatt ist es gerade umgekehrt. Immer aber ist die Anzahl der italischen Stunden größer als die der babylonischen Stunden.



Der Horizontkreis wird um die Weltachse gedreht. Dabei ergibt die östliche Hälfte die babylonischen Stundenlinien und die westliche die italischen Stundenlinien. Die Kreise liegen in Tangentialebenen $ax + by + cz = 0$ mit

$$a = -\sin\varphi \cdot \cos\varphi \cdot (1 - \cos t)$$

$$b = \cos\varphi \cdot \sin t$$

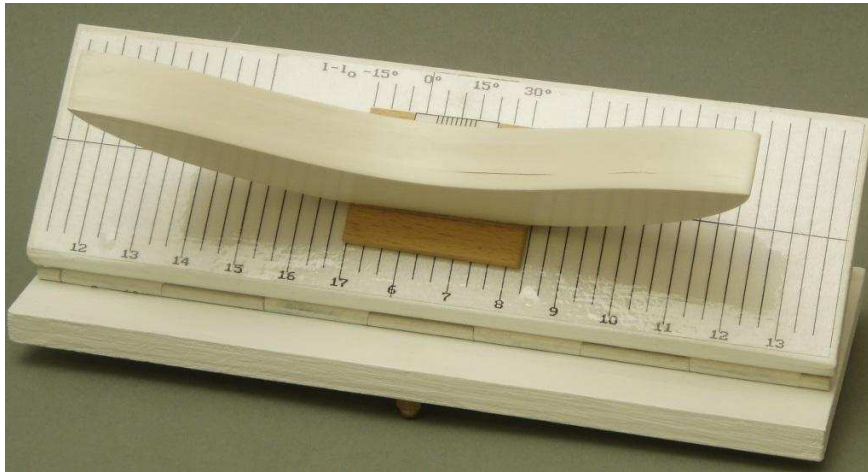
an einen Doppelkegel, dessen Achse zur Weltachse parallel ist und dessen Öffnungswinkel doppelt so groß ist wie die geographische Breite φ . Die Schnittgeraden der Tangentialebenen mit der Zifferblattebene bilden die Stundengeraden.

Für den Temporalstundenlinienwinkel w auf einem horizontalen Zifferblatt $z=0$

ergibt sich
$$\tan w = -\frac{a}{b} = \sin\varphi \cdot \frac{1 - \cos t}{\sin t} = \sin\varphi \cdot \tan \frac{t}{2}$$

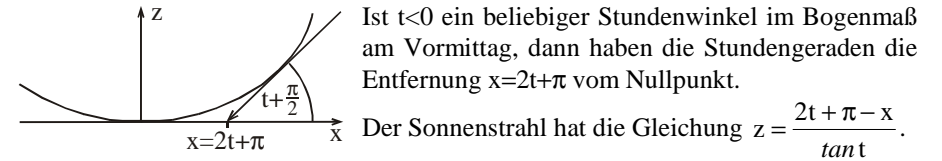
Man erhält somit auf die folgende einfache Weise die Stundenlinien für Temporalstunden: Zeichne eine übliche Uhr mit Stundenlinien für halbe Äquinoktialstunden und verdopple die Stundenzahlen: aus z. B. 5 Uhr äquinoktial wird 10 Uhr temporal. Beim geneigten Zifferblatt sind dann noch 12 Stunden zu subtrahieren: aus z.B. 8 Uhr äquinoktial wird $(8 \cdot 2 - 12)$ Uhr = 4 Uhr temporal.

23. Polaruhr mit Zeiger in Form einer Zykloide



Die Stundengeraden haben alle den gleichen Abstand voneinander. Durch eine einfache Verschiebung des Zeigers kann daher sowohl die Längendifferenz des Aufstellungsorts zum Zeitzone meridian als auch die Zeitgleichung berücksichtigt werden, so dass **MEZ** angezeigt werden kann.

Die Uhr wird in Ost-West-Richtung ausgerichtet und auf die geographische Breite eingestellt. Die schattenwerfende Kante des Zeigers ist in Form einer Zykloide ausgebildet. Die Sonnenstrahlen fallen unter den Zeiger und die Zeit wird an der vorauseilenden Schattenkante zwischen den homogenen Stundengeraden abgelesen.



Die Einhüllende erhält nach durch Ableiten nach t und Nullsetzen

$$\frac{dz}{dt} = \frac{2 \sin t \cdot \cos t - 2t - \pi + x}{\sin^2 t} = 0.$$

Daraus folgt $x = 2t + \pi - \sin 2t$ und nach Einsetzen in obige Beziehung für z
 $z = 1 + \cos 2t$.

Diese beiden Gleichungen sind die Parameterdarstellung einer Zykloide.