

Die Zeitgleichung

Joachim Gripp, Lindau bei Kiel

Einleitung

Den meisten Sonnenuhr- Freunden ist die Zeitgleichung gut bekannt. Sie ist als Unterschied zwischen der von einer Sonnenuhr angezeigten Sonnenzeit und unserer gleichmäßig verlaufenden bürgerlichen Zeit definiert.

In meinem Artikel soll die Zeitgleichung nun ausgehend von einem etwas weniger bekannten Ansatz allgemeinverständlich erklärt werden. Zugrunde liegen dabei die Ausführungen von Siegfried Wetzel [1]. Ich verzichte aber weitgehend auf die dort beschriebene Mathematik und beschränke mich auf für das grundlegende Verständnis ausreichende Abschätzungen. So vernachlässige ich unter anderem den durch die Schalttage bedingten 4- jährigen Rhythmus der Sonnenzeit. Damit können alle Datumsangaben um einen Tag variieren.

Zunächst werden die kleinen Schwankungen der Tageslänge betrachtet, die durch den Umlauf der Erde um die Sonne entstehen. Diese werden dann über den Zeitraum eines Jahres addiert, um so die Zeitgleichungs- Kurve zu erhalten.

Eine andere Art, die Zeitgleichung darzustellen, ist das sogenannte Analemma. Diese wie eine schief liegende Acht aussehende Kurve ist auf vielen Sonnenuhren als Zeitkorrektur angebracht. Schließlich werfen wir einen Blick in die Zukunft: das symmetrische Analemma des Jahres 6433 wird am Ende des Artikels vorgestellt.

Die Länge des Sonnentages

Die Länge unseres normalen Tages beträgt 24 Stunden. Doch die Erde braucht für eine Umdrehung um die eigene Achse weniger Zeit, nämlich nur 23 h 56' 04". Die weiteren knapp 4 Minuten stammen vom Umlauf der Erde um die Sonne. 24 Stunden benötigt sie an einem Ort von der Erde aus gesehen von einem mittäglichen Höchststand (auch „wahrer Mittag“ genannt) bis zum folgenden. Da sich die Erde innerhalb eines Tages ein kleines Stück auf ihrer Bahn bewegt und der Drehsinn der Erde und die Richtung der Umlaufbahn gleich sind, muß die Erde „nachdrehen“, also etwas mehr als eine volle Umdrehung zwischen zwei wahren Mittagen machen (Abb. 1).

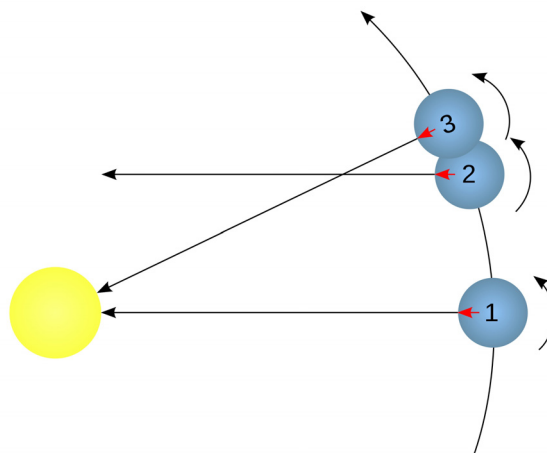


Abbildung 1. Die Erde auf ihrer Umlaufbahn um die Sonne. Zwischen zwei wahren Mittagen (1-3) muß sie sich etwas mehr als nur einmal um ihre Achse (1-2) drehen (Quelle: Wikipedia Commons).

Während die Umdrehungszeit der Erde sehr genau bekannt und konstant ist, gibt es von den täglichen knapp 4 Zusatz- Minuten für die Umlaufbahn kleine Abweichungen. Genauer betrachtet variiert die Länge des Zeitraumes zwischen zwei wahren Mittagen von 23 h 59' 38" bis 24 h 00' 29". Die wahren Sonnentage können also um bis zu 29 Sekunden zu lang und 22 Sekunden zu kurz werden (Abb. 3). Diese Abweichungen addieren sich dann von Tag zu Tag auf. Sie kompensieren sich aber vollständig im Laufe eines Jahres. Damit bleibt die mittlere Tageslänge und damit der Abstand zwischen zwei sogenannten „mittleren Mittagen“ bei genau 24 Stunden. Dieses ist die astronomische Grundlage für unsere gleichmäßig laufenden mechanischen oder elektrischen Uhren.

Der von einer Sonnenuhr angezeigte wahre Mittag dagegen kann aufgrund der in Serien auftretenden zu kurzen oder zu langen Tage gegenüber dem mittleren Mittag um bis zu einer guten Viertelstunde vor- oder nachrücken.

Die ungleichmäßige Länge der Sonnentage beruht auf zwei sich überlagernden Phänomenen, die ich im folgenden näher beschreiben möchte.

a.) Die elliptische Umlaufbahn

Wäre die Umlaufbahn der Erde exakt kreisförmig, so würde sie sich um die Sonne mit immer der gleichen Geschwindigkeit bewegen. Da die Bahn jedoch leicht elliptisch ist, ändert sich der Abstand Erde- Sonne im Laufe des Jahres. Am 3. Januar ist der Abstand mit 147,1 Millionen Kilometern am geringsten (Perihel). Ein halbes Jahr später, am 5. Juli (Aphel), ist er auf 152,1 Millionen Kilometer angewachsen.

Mit dem größeren Abstand verringert sich aber die Anziehungskraft der viel schwereren Sonne auf die Erde. Dann muß auch die die Anziehungskraft kompensierende Fliehkraft kleiner werden. Da diese von der Umlaufgeschwindigkeit abhängt, wird die Erde mit zunehmender Entfernung von der Sonne langsamer

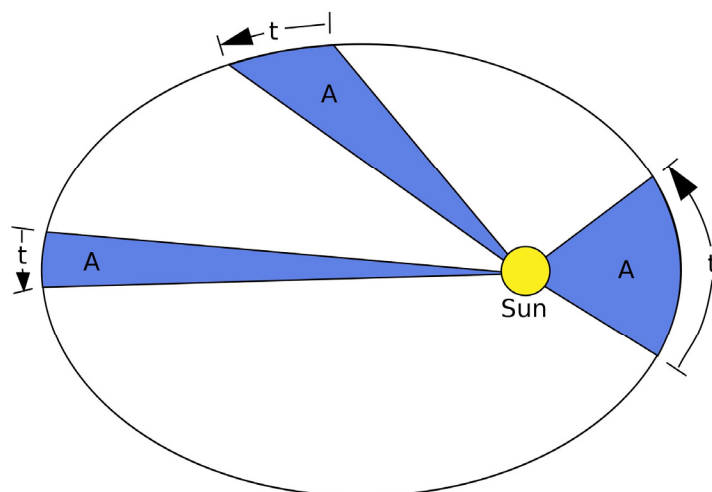


Abbildung 2. Das zweite Keplersche Gesetz. Die Erde bewegt sich auf einer elliptischen Bahn um die Sonne. Ist sie ihr besonders nahe, wird an einem Tag (Zeitintervall t , stark übertrieben dargestellt) ein besonders großes Bahnstück zurückgelegt. Entfernt sie sich, wird das Bahnstück kleiner. Die überstrichenen Flächenstücke A der Ellipse bleiben dabei stets gleich groß.

Größere Bahnstücke bewirken nun eine etwas größere Tageslänge als kleinere (Quelle: Wikipedia Commons).

Von Januar bis Juli nimmt die Geschwindigkeit allmählich ab, danach dann wieder bis zum Jahresende zu. Bereits Johannes Kepler formulierte dieses Prinzip in seinem für alle Planetenbahnen geltenden Zweiten Keplerschen Gesetz (Abb. 2).

Anfang Januar, beim geringsten Abstand, bewegt sich also die Erde am schnellsten um die Sonne. Das täglich zurückgelegte Bahnstück auf der Umlaufbahn ist nun am größten und die Erde muß zwischen zwei wahren Mittagen etwas mehr „nachdrehen“. Die wahren Sonnentage verlängern sich dadurch gegenüber dem 24- Stunden- Mittel um bis zu etwa 8 Sekunden. Im Juli ist das täglich zurückgelegte Bahnstück am kleinsten und die Erde dreht weniger nach. Nun sind die Tage kürzer als 24 Stunden, wiederum bis zu etwa 8 Sekunden. In Abbildung 3 sind diese Abweichungen der Tageslänge als blau gestrichelte Kurve dargestellt. Nur an zwei Tagen im Jahr erreicht die Erde ihre mittlere, einer Kreisbahn entsprechende Umlaufgeschwindigkeit.

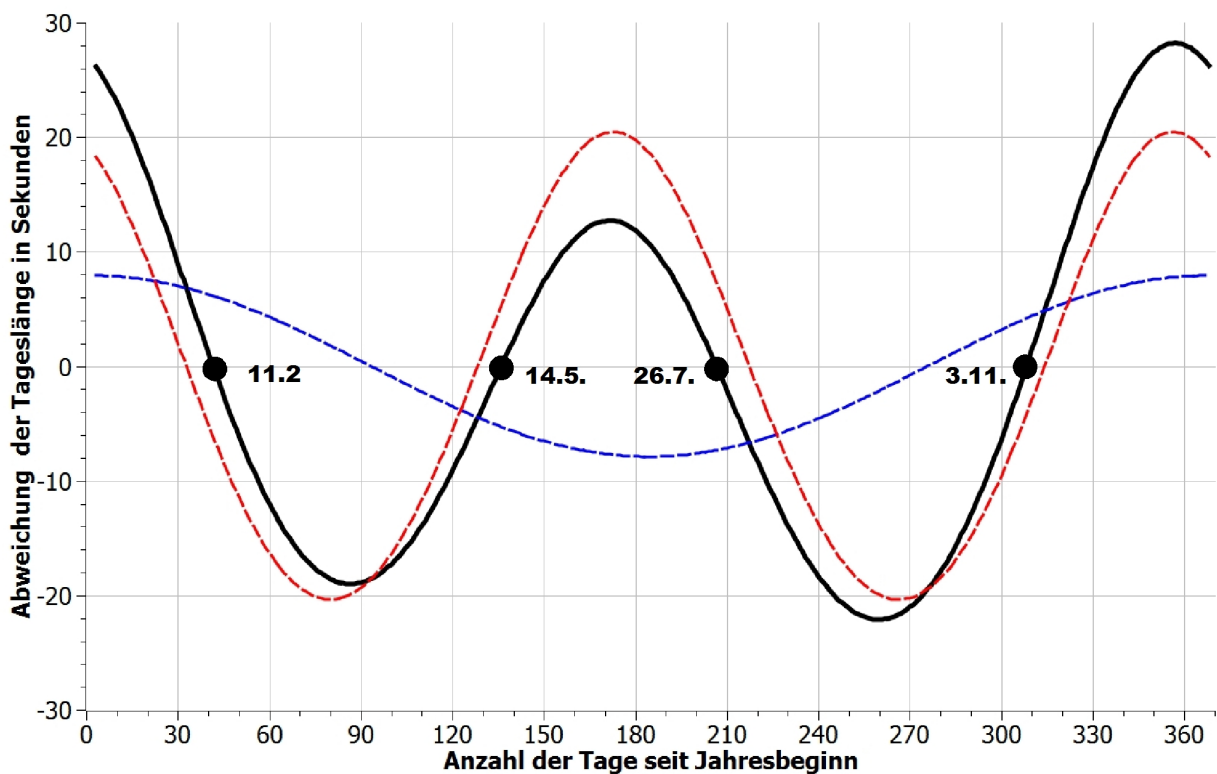


Abbildung 3. Abweichung der Tageslänge vom 24- Stunden- Mittel (schwarze, durchgezogene Kurve). Die Ursachen dafür sind die ungleichmäßige Umlaufgeschwindigkeit der Erde um die Sonne (blau gestrichelt) sowie Projektionseffekte aufgrund der Schiefelage der Erdachse zur Sonnenbahn (rot gestrichelt). Die exakt 24 Stunden langen Tage sind markiert.

b.) Die Schiefelage der Erdachse

Die Schiefelage der Erdachse zur Umlaufbahn von etwa 23.5° ist die Ursache für die Jahreszeiten. Von der Erde aus gesehen bewegt sich die Sonne daher innerhalb eines Jahres auf einer relativ zu den Polen schief verlaufenden Bahn, der Ekliptik (Abb.4) über den Himmel. Sie führt durch die Sternbilder des Tierkreises. Um ein an die Erdrotation angepaßtes, gleichmäßiges Zeitmaß zu erhalten, muß nun das tägliche Ekliptik- Bahnstück auf den senkrecht zur Erdachse stehenden Äquator projiziert werden.

Hierbei gibt es zwei extreme Situationen. Am 21. Juni und 21. Dezember, also zu den Sonnenwenden, ist die Ekliptik maximal weit (23.5°) vom Äquator entfernt (Abb. 5). Sie liegt dann aber nahezu parallel und somit am wenigsten schief zu ihm.

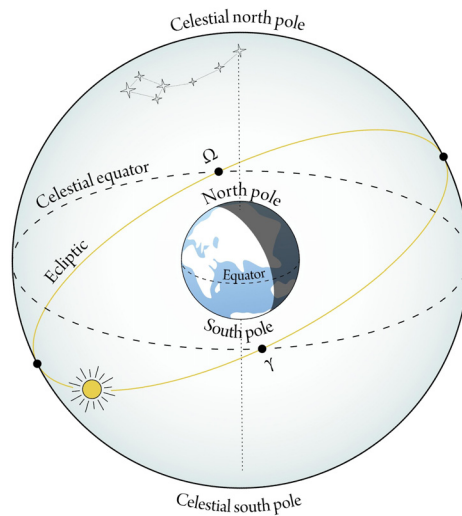


Abbildung 4. Die von der Erde aus gesehene Schiefe der Sonnenbahn (Quelle: Wikipedia Commons).

Bewegt sich die Sonne eine Tagesetappe auf der Ekliptik, so ist das auf den Äquator projizierte Stück etwas größer. Die Erde muß zum Ausgleich wieder mehr nachdrehen und es ergibt sich eine Verlängerung des wahren Sonnentages von etwa 20 Sekunden.

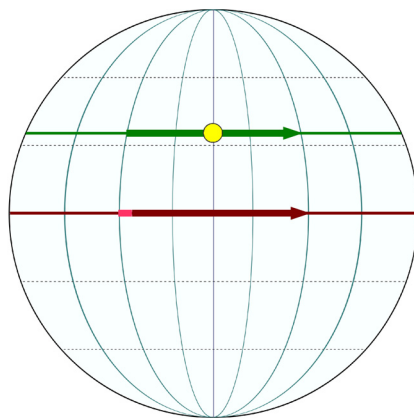


Abbildung 5. Projektion des an einem Tag zurückgelegten Bahnstücks der Sonne zu den Sonnenwenden auf den Äquator, stark übertrieben dargestellt. Die Ekliptik ist hier maximal weit vom Äquator entfernt, das hellrote Stück entspricht der durch die Projektion entstandenen Vergrößerung. In Folge verlängert sich der Tag um etwa 20 Sekunden.

An den Tag- und Nachtgleichen schneidet die Ekliptik den Äquator. Sie hat damit den geringsten Abstand, liegt aber dafür maximal schief zu ihm (Abb. 6). Das auf den Äquator projizierte Stück der Sonnenbewegung ist nun etwas kleiner und der Tag wird dadurch um etwa 20 Sekunden verkürzt.

Der erste der beiden Projektionseffekte (Abstand zum Äquator) führt also nur zu einer Verlängerung, der zweite (Schieflage zum Äquator) dagegen nur zu einer Verkürzung der Tageslänge. In der Summe wirken beide Effekte zusammen. Dieses ist in der rot gestrichelten Kurve in Abbildung 3 dargestellt. Im Jahresverlauf gibt es zu den Sonnenwenden Maxima mit

+ 20 Sekunden und zu den Tag- und Nachtgleichen Minima mit -20 Sekunden. An 4 Tagen im Jahr heben sich beide Projektionseffekte gegenseitig auf.

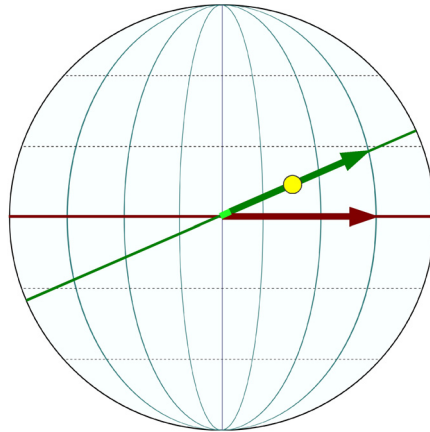


Abbildung 6. Projektion des an einem Tag zurückgelegten Bahnstücks der Sonne zu den Tag- und Nachtgleichen auf den Äquator, stark übertrieben dargestellt. Die Ekliptik liegt hier maximal schief zum Äquator und das Bahnstück ist um die hellgrüne Strecke länger als die Projektion. In Folge verkürzt sich der Tag um etwa 20 Sekunden.

Die Zeitgleichung

Um die gesamte tägliche Abweichung zu erhalten, müssen die rot und blau gestrichelten Kurven addiert werden. Das Ergebnis ist die schwarze, durchgezogene Kurve in Abbildung 3. Zur Jahreswende sind die Änderungen aus der Umlaufgeschwindigkeit und den Projektionen beide positiv und es ergibt sich eine maximale Verlängerung des wahren Sonnentages von bis zu 29 Sekunden. Ein kleineres Maximum von nur 12 Sekunden tritt um die Jahresmitte auf. Hier kompensieren sich die beiden Effekte teilweise. Das tiefste Minimum liegt mit -22 Sekunden im Herbst.

Es gibt nur 4 Tage im Jahr, an denen die Tageslänge genau dem mittleren Wert von 24 Stunden entspricht. Es sind der 11. Februar, 14. Mai, 26. Juli und 3. November. Diese Daten sind in Abbildung 3 markiert.

Eine tägliche Änderung der Tageslänge von einigen Sekunden würde im Alltag kaum jemand bemerken. Doch im Laufe des Jahres folgen lange Serien zu langer oder zu kurzer Tage aufeinander. Damit laufen die Zeitpunkte des wahren und des mittleren Mittags zeitweise auseinander und dann wieder zusammen.

Trägt man die Differenzen zwischen wahrer und mittlerer Mittagszeit in einer Graphik auf, so erhält man die „Zeitgleichung“ genannte Kurve in Abbildung 7. Die in Abbildung 3 markierten, genau 24 Stunden langen Tage, sind nun die mit den größten Abweichungen. Die von der elliptischen Umlaufbahn und den Projektionseffekten stammenden Anteile der Zeitgleichung sind wiederum als blau bzw. rot gestrichelte Kurven eingezeichnet.

Vom 3. November bis zum bis zum 11. Februar des folgenden Jahres beispielsweise gibt es nur Tage, die länger sind als 24 Stunden. Damit verschiebt sich der wahre Mittag langsam nach hinten. Eine Sonnenuhr geht dann am 11.2. gegenüber einer gleichmäßig laufenden Uhr etwa eine Viertelstunde nach (negatives Vorzeichen). Allmählich gewinnen nun Tage, die kürzer sind als 24 Stunden, die Oberhand. Am 13. April fallen wahrer und mittlerer Mittag das erste mal wieder zusammen. Bis zum 14. Mai bleiben die Tage kürzer als 24 Stunden und die Sonnenuhr geht nun etwa 5 Minuten vor. Nach einer kleinen Serie zu langer Tage folgt ab dem 26. Juli eine größere Serie zu kurzer Tage, die schließlich dazu führt, daß am 3. November der

wahre Mittag fast 17 Minuten vor dem mittleren liegt (positives Vorzeichen). Die Sonnenuhr geht nun vor und der Unterschied zum 11. Februar beträgt sogar eine gute halbe Stunde ! In unserem von gleichmäßig verlaufender Zeit geprägten Alltag fällt dieses daran auf, daß es eine halbe Stunde „früher hell“ aber auch „früher dunkel“ wird, als im Februar. Außer dem 13. April gibt es noch drei weitere Tage, an denen wahrer und mittlerer Mittag zum gleichen Zeitpunkt stattfinden. Es sind der 13. Juni, 1. September und 25. Dezember.

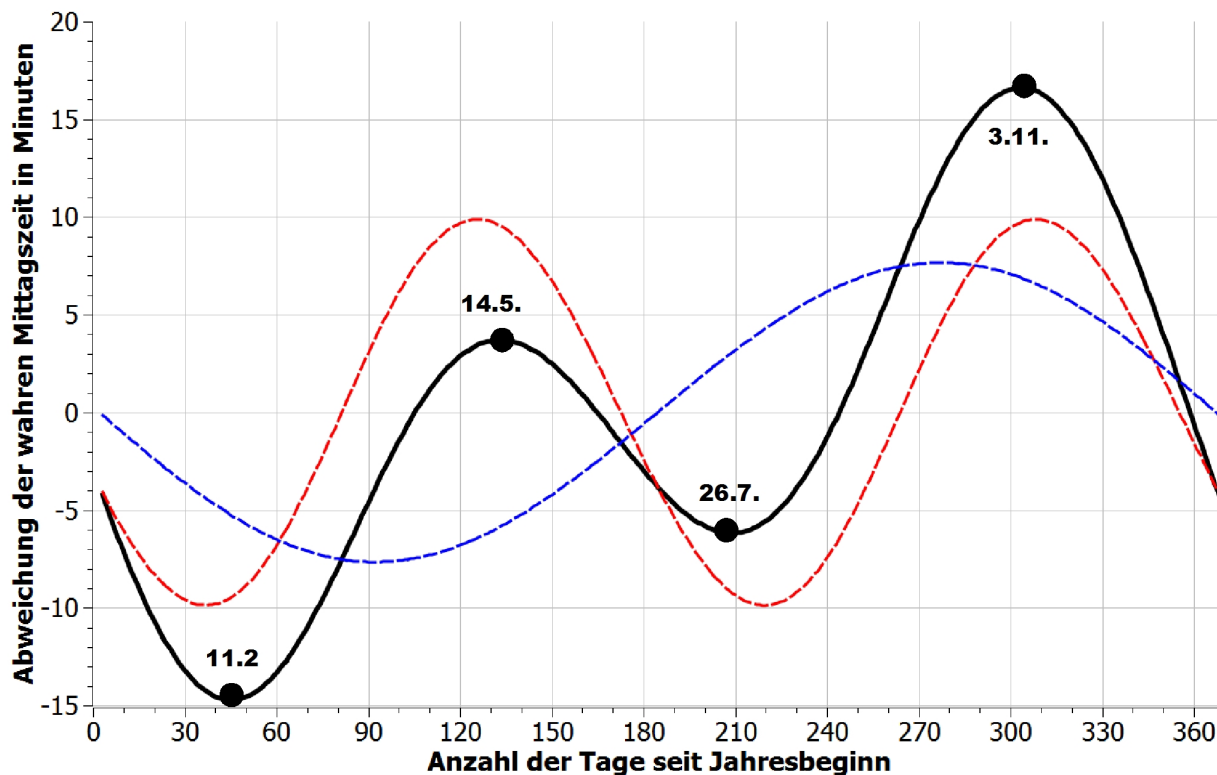


Abbildung 7. Abweichung des wahren vom mittleren Mittag (Zeitgleichung). Die Tage mit den größten Abweichungen sind markiert, es sind die gleichen, wie in Abbildung 3. Gestrichelt eingezeichnet sind die Anteile, die von der ungleichmäßigen Umlaufgeschwindigkeit (blau) und den Projektionseffekten (rot) her stammen.

Das Analemma

Trägt man die Differenzen zwischen wahren und mittleren Mittag nicht gegenüber dem Datum sondern als Funktion der Sonnendeklination auf, so erhält man die „himmlische Acht“, das Analemma (Abb. 8). Da jeder Deklinationswert außer denen des 21. Juni und 21. Dezember zwei mal pro Jahr erreicht wird, gehören stets zwei Zeitgleichungswerte zu einem Deklinationswert. Dieses führt zu der geschlossenen, einer unsymmetrischen Acht ähnlichen Kurve. In Abbildung 8 ist jeweils der 21. Tag eines jeden Monats markiert.

Zeitgleichung und Analemma in der Zukunft

Im Laufe der Zeit verändert sich das Analemma. Hauptgrund dafür ist der Tag des Periheldurchgangs, der zur Zeit auf den dritten Januar fällt. Das Datum ändert sich allmählich und die Einflüsse der beiden Bestandteile der Zeitgleichung verschieben sich dann gegeneinander.

So fällt beispielsweise im Jahr 6433 das Periheliumdatum auf den 21. März und damit auf die Frühlings- Tag- und Nachtgleiche. Ein Sonnenuhr- Freund wird dann seine Uhr mit einer symmetrischen Acht, wie sie in Abbildung 8 grün gestrichelt eingezeichnet ist, schmücken können. Die größten Differenzen zwischen wahren und mittleren Mittag von je etwa 15 Minuten werden dann um den 10. November (positiv) und 25. Juli (negativ) liegen. Zu den Tag- und Nachtgleichen im März und September dagegen werden wahrer und mittlerer Mittag zum gleichen Zeitpunkt stattfinden.

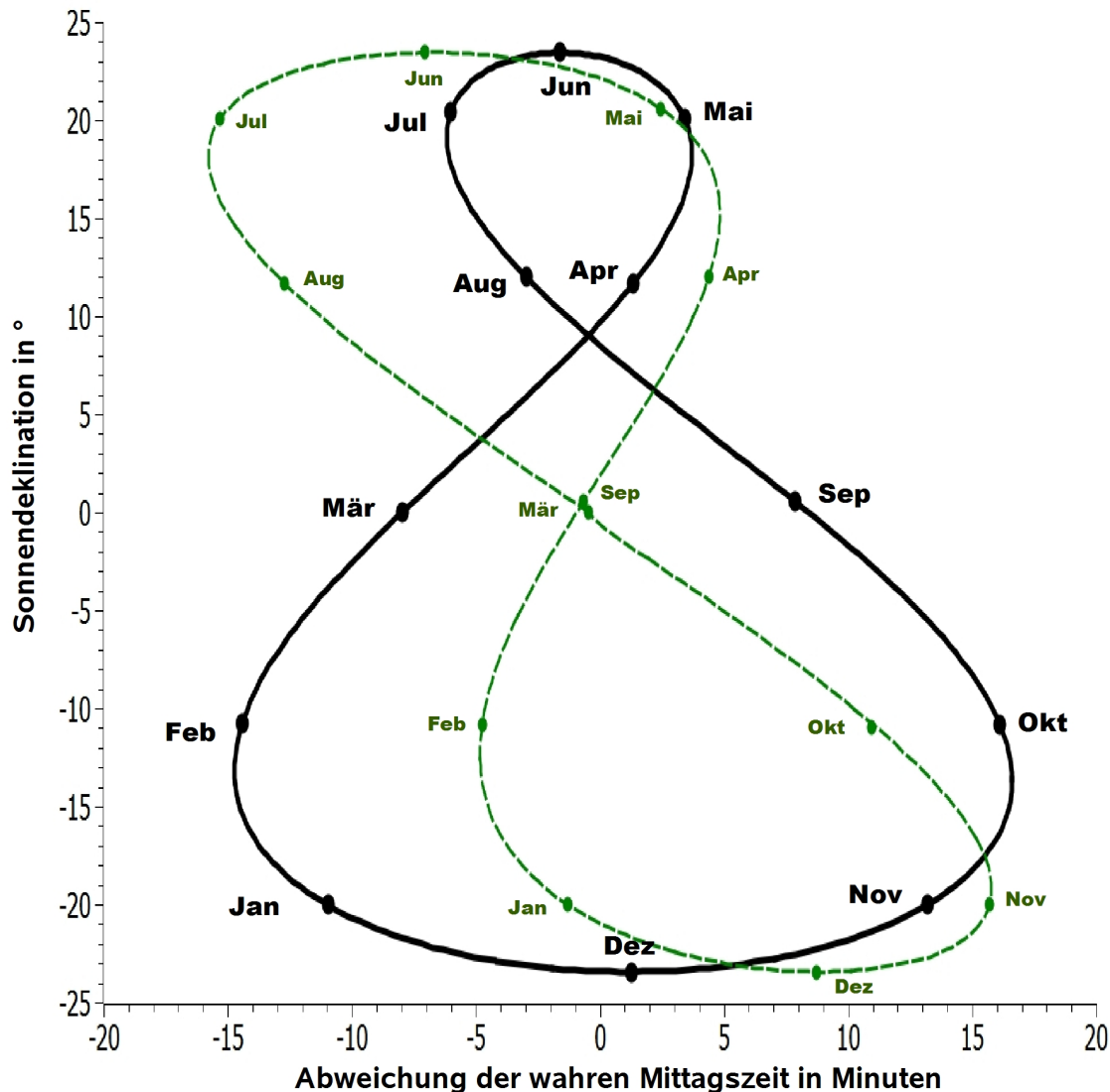


Abbildung 8. Das Analemma, welches durch eine Auftragung der Sonnendeklination anstelle des Datums aus der Zeitgleichung entsteht. Markiert ist der jeweils 21. Tag für jeden Monat. Grün gestrichelt eingezeichnet ist eine Analemma- Kurve für das Jahr 6433.

Literatur:

[1] S.Wetzel: "Eine elementare Behandlung der Zeitgleichung", DGC-Mitteilungen Nr.109, 2007

Die Abbildungen 3, 5, 6, 7 und 8 wurden mit Hilfe der Programme „OpenOffice Draw“ und „Qtiplot“ erstellt.