

ICARUS Reisesonnenuhr

Bestimmung der geographischen Breite eines Ortes

1. Einführung
2. Formeln
3. Einstellung der ICARUS
4. Messen und Berechnen
5. Beispiel
6. Schlussbemerkung

1. Einführung

Bei lotrechter Aufhängung kann die ICARUS Helios Sonnenuhr auch zur Bestimmung der Sonnenhöhe in Abhängigkeit vom Azimut der Sonne und damit zur Berechnung der geographischen Breite eines Ortes eingesetzt werden. In lotrechter Ausrichtung wird die ICARUS zu einer Horizontaluhr mit dem Äquatorring parallel zur Horizontalebene und dem Ellipsoid als Gnomon. Als Horizontaluhr lässt sich bei vorgegebenem Azimut der zur Ermittlung der Höhe benötigte Wert am Lineal der ICARUS ablesen. Das Azimut wird am Mittagspfeil der ICARUS eingestellt. Zur Bestimmung der geographischen Breite nach der unter Punkt 2 angegebenen Formel (1) sind auch die Werte für Deklination und Stundenwinkel erforderlich. Diese können ohne Kenntnis der geographischen Breite berechnet werden.

2. Formeln

Geographische Breite ϕ

$$\sin(\phi) = (\sin(\delta) \cdot \sin(h) + \cos(\delta) \cdot \cos(h) \cdot \cos(a) \cdot \cos(t)) / (1 - \cos(h)^2 \cdot \sin(a)^2) \quad (1)$$

ϕ = geogr. Breite, δ = Deklination, a = Azimut, h = Höhe, t = Stundenwinkel [Grad]

Deklination δ

$$\delta = (0,4095 \cdot \sin(0,016906 \cdot (T - 80,086))) \cdot 180 / \text{Pi} \quad (\text{Näherungsformel}) \quad (2)$$

T = Tag Nummer

Stundenwinkel t

$$\sin(t) = (\cos(h) \cdot \sin(a)) / \cos(\delta) \quad (3)$$

Azimut a

Definition $-180 \text{ Ost} \leq a \leq +180 \text{ West}$ für $\text{WOZ} = 12$ ist $a = 0$

Umrechnung 1 Stunde = 15 Grad

Das Azimut wird in Zeiteinheiten z umgerechnet und am Mittagspfeil eingestellt. Unter der Voraussetzung, dass die ICARUS, wie unter Punkt 3 angegeben, eingerichtet ist, gilt:

$$\text{vormittags} \quad z = -a / 15 \quad (4a)$$

$$\text{nachmittags} \quad z = 24 - a / 15 \quad (4b)$$

Sonnenhöhe h

$$\text{Es gilt} \quad h = \arctan(l / s) \quad [\text{Grad}] \quad (5a)$$

L = Höhe [mm] des Ellipsoids (obere Rundung) über der ICARUS Weltkarte und
s = Schattenlänge [mm] des Ellipsoids vom Mittelpunkt der ICARUS Weltkarte

Bestimmung der Ellipsoid Höhe l

$$l = 30 * \tan(\Delta) + 2 \quad [\text{mm}] \quad (5b)$$

30 mm beträgt der Radius der Weltkarte und 2 mm ist das Lineal hoch. Die Deklination Delta wird durch Einstellung des Datums an der ICARUS festgelegt, und muss nicht mit der Deklination delta (s.o.) übereinstimmen. Bei einer Einstellung für den 21. Juni beträgt die Ellipsoid Höhe

$$l = 30 * \tan(23,44) + 2 = 15 \quad [\text{mm}] \quad (5c)$$

Da die maximal messbare Schattenlänge 30 mm beträgt, muss hier die zu bestimmende Sonnenhöhe $h \geq 23,44$ [Grad] betragen. Mit sinkender Sonnenhöhe verlängert sich der Schatten des Schattenwerfers, das bedeutet, die Höhe l [mm] des Schattenwerfers muss verringert werden. Beispiel: Für alle $h \geq 2$ [Grad]

$$l = 30 * \tan(2) + 2 = 3 \quad [\text{mm}] \quad (5d)$$

Bestimmung der Schattenlänge s

Zur Bestimmung der Schattenlänge dient hier der mit g bezeichnete Wert der am Lineal der ICARUS abgelesen wird. Die Skalenwerte des Lineals sind in Grad angegeben und sind wie folgt in Längeneinheiten umzurechnen.

Bei der abgebildeten Weltkarte der ICARUS handelt es sich um eine flächentreue Lambert Projektion mit der Abbildung Formel

$$s = 2 * R * \sin((90 - g) / 2) \quad (5e)$$

(siehe Hake, Grünreich Kartographie, 7. Auflage Seite 59)

g ist der am Lineal für das Schattenende des Ellipsoids abgelesene Wert.
R ist der Radius der abgebildeten Weltkarte. Für einen Ort am Äquator ist

$$R = 30 / (2 * \sin((90 - 0) / 2)) = 21,21 \quad [\text{mm}] \quad (5f)$$

Damit ergibt sich

$$s = 42,42 * \sin((90 - g) / 2) \quad (5g)$$

3. Einstellung der ICARUS

1. Meridianscheibe auf den nullten Längengrad stellen.
2. Datum, wie vorstehend unter dem Abschnitt Bestimmung der Ellipsoid Höhe ausgeführt, vorgeben und einstellen.

3. Den Mittagspfeil auf die 0 Uhr Markierung des Zeitrings ausrichten.
4. Die ICARUS mit Ständer, zwei Stützen, Kompass und Libelle (s. Abbildungen) so einrichten, dass der Äquatorring parallel zur Horizontalebene liegt, und die Meridianscheibe in West-Ostrichtung steht. Die ICARUS ist somit nach Süden ausgerichtet, und störende Schatten durch die Meridianscheibe werden vermieden. Zur genauen Ausrichtung muss die Kompass Deklination mitberücksichtigt werden. Die exakte Ausrichtung der ICARUS kann überprüft und eingestellt werden, wenn die Sonne genau im Süden steht und das Azimut gleich null ist. Steht der Mittagspfeil auf der Nulluhrmarke, dann muss zu diesem Zeitpunkt der Schatten des Schattenwerfers durch die Sechsuhrmarke laufen.

Abbildungen



4. Messung und Berechnung

Messung

Während der Messung muss die ICARUS sich im Ruhezustand befinden. Dies ist möglich, indem das gewählte z (d.h. a) am Mittagspfeil eingestellt wird, bevor der Schatten des dünnen Spanndrahtes die Kante des Lineals zum Ablesen von g erreicht hat. Durch Umrechnung von g (Grad) in s (mm) und dem vorgegebenem a sowie mit den berechneten Werten für die Deklination δ der Sonne und für den Stundenwinkel t der Sonne ist die gesuchte geographische Breite ϕ bestimmbar.

Berechnung

Ausgangswerte:

T , Δ , z vorgeben und g gemessen

Die Berechnung erfolgt in folgenden Schritten:

- | | |
|--|-----------------------|
| 1. Deklination δ | Formel (2) |
| 2. z für Azimut a | Formel (4a) bzw. (4b) |
| 3. Höhe l des Ellipsoids (Schattenwerfers) | Formel (5b) |
| 4. Schattenlänge s | Formel (5g) |
| 5. Höhe h der Sonne | Formel (5a) |
| 6. Stundenwinkel t | Formel (3) |
| 7. Geographische Breite ϕ | Formel (1) |

5. Beispiel

Mit $T = 253$ (10. 09. 2019), $a = 0$, $t = 0$, $z = 24$ und $\Delta = 23.44$

und dem Messergebnis $g = 47$ ergeben sich folgende Werte:

$\Delta = 5,082$ Grad, $l = 15,007$ mm, $s = 15.547$ mm, $h = 43.988$ Grad

Ergebnis $\phi = 51,09$ Grad Soll $\phi = 50,71$ Grad

Mit $g = 48$ wäre $\Phi = 50,45$ Grad

6. Schlussbemerkung

Die Formeln (1) und (2) auf Seite 1 sind einem Aufsatz von Dr. Burkard Steinrücken, Sternwarte Recklinghausen, entnommen.

In der Praxis wird die dargestellte Methode zur Bestimmung der geographischen Breite eines Ortes sicherlich nicht verwendet werden, auch weil die Einstellung der ICARUS für diesem Zweck schwierig ist. Die Verwendungs-Möglichkeiten verschiedener Sonnenuhren zu untersuchen, kann jedoch von Interesse sein. Siehe auch im Blog von Dr. Heller, Helios Sonnenuhren, „Die Polaris als Kegelsonnenuhr“